

Caractérisation des propriétés des systèmes karstiques d'après l'étude des écoulements

Alain Mangin

Station d'Ecologie Expérimentale du CNRS - Moulis - mangin.cnrs@free.fr

I. PROBLEME POSE

Les résultats obtenus ces dernières décennies sur les systèmes karstiques ont bien souligné leurs spécificités [1,2]. Ces dernières sont dues pour l'essentiel à l'organisation des vides dans le karst qui, en raison des mécanismes de leur mise en place, sont répartis de façon extrêmement hétérogène. Il en résulte une perméabilité anisotrope, mais surtout structurée et organisée suivant leur situation au sein du massif karstique. Par ailleurs, tous les vides n'ont pas la même fonction par rapport aux écoulements. En milieu saturé (karst noyé) certains vides (les drains) assurent la propagation des eaux c'est la fonction transmissive, alors que d'autres (systèmes annexes au drainage) rendent compte de leur stockage ce qui correspond à la fonction capacitive. En milieu non saturé (zone d'infiltration), suivant l'ouverture des fissures et leur élargissement par dissolution, il est possible de distinguer les microfissures (inférieures au millimètre) des macrofissures (supérieures au centimètre) où les écoulements ne répondent pas aux mêmes mécanismes. Dans le premier cas eau et air s'écoulent indépendamment l'un de l'autre (type monophasique) et dans le second air et eau sont entraînées simultanément (type polyphasique)[1].

L'ensemble de ces propriétés détermine un comportement fortement non linéaire de l'hydrodynamisme avec toutes ses conséquences : sensibilité aux conditions initiales, très forte imprédictibilité, impossibilité de faire appel à une modélisation déterministe simple [3,4,5]. Encore faut-il bien préciser ce que sous-tend cette notion, pas toujours bien comprise. Souvent il est fait mention de la non validité de la loi de Darcy, sérieux handicap, mais qui n'est pas vraiment le facteur le plus pénalisant. Plus contraignante en milieu non saturé est la variabilité de la perméabilité qui à cause des perméabilités relatives dues à l'écoulement diphasique est une fonction des apports, donc des pluies, et n'est plus une constante. C'est cette constatation qui interdit par exemple d'utiliser la notion d'infiltration efficace puisque « l'évapotranspiration », fait partie intégrante de l'infiltration. Mais c'est surtout en zone noyée que le problème devient insurmontable car, en raison des contrastes de perméabilité entre drains et systèmes annexes, suivant la durée des événements (les crues) certaines parties seulement de l'aquifère sont concernées : l'aquifère possède dans le temps une géométrie variable.

On doit donc faire appel pour rendre compte du fonctionnement de tels aquifères à des méthodes appropriées qui puissent intégrer ces très fortes non linéarités.

II CONCEPTS ET METHODES UTILISES

Les constatations précédentes pourraient laisser supposer que ce type d'aquifère échappe à toute possibilité de compréhension et de ce fait, malgré son énorme potentiel, ne saurait être utilisé et exploité correctement. C'est ce qui c'est passé pendant très longtemps, donnant aux aquifères karstiques une réputation de ressources certes intéressantes, mais très difficiles à solliciter et à protéger. Depuis quelques années de nouveaux concepts ont été proposés

autorisant une vision nettement plus optimiste et fournissant des moyens pour aborder cette complexité.

Le principe de base, introduit dans le début des années 70, est l'analyse systémique.

Le comportement global de l'aquifère n'est plus considéré comme résultant de la somme de comportements spatialement individualisés, ce que suppose et impose l'approche différentielle, mais comme la somme des interactions qui la plupart du temps sont inconnues. De ce concept est né la notion de système karstique parfaitement défini à l'époque [1]. Le karst est ainsi conçu comme un ensemble siège d'un processus dynamique (les écoulements) dont l'étude et la compréhension doit conduire à l'identification de ses propriétés, en permettre une description et *in fine* en faciliter son exploitation. Si ce concept est facile à comprendre et paraît pouvoir résoudre les difficultés rencontrées, sa mise en œuvre reste délicate. Elle fait appel à un tout autre état d'esprit que l'approche hydrogéologique classique et nécessite une très abondante récolte de données en continu des différents paramètres qui rendent compte du fonctionnement. En effet, l'approche systémique impose un suivi des différentes grandeurs qui caractérisent la dynamique du système, soit en tant que fonction d'entrée (la pluie par exemple) ou en tant que fonction de sortie (les débits,...), ou encore comme observable physique (la piézométrie, l'infiltration,...). Ces grandeurs doivent être parfaitement définies quant à leur signification comme identifiant de la dynamique du système et leur incidence en terme d'échelle de temps parfaitement comprise et maîtrisée (effet à court, moyen ou long terme). Or souvent ceci n'est possible qu'à *posteriori*. L'ensemble de ces données doivent ensuite être traité soit indépendamment, soit en liaison les unes avec les autres. Pour se faire on dispose à l'heure actuelle de tout un ensemble de méthodes adaptées avec des logiciels performants qui permettent d'en extraire l'information, de reconnaître les signatures physiques qui en sont responsables et ainsi, quelle que soit la difficulté rencontrée, notamment les non linéarités, de pouvoir caractériser la dynamique des systèmes et d'en prévoir le comportement. Ces méthodes s'appellent : analyses corrélatoires et spectrales [6 à 10], analyses en ondelettes continues ou discontinues [11 à 22], Rescaled Range Analysis [23], analyses fractales ou multifractales et analyses des attracteurs [23 à 29].

Leurs utilisations depuis quelques années sur de nombreux exemples aux caractères fort différents ont pu démontrer leur efficacité et le bien fondé de cette approche qui au vu des résultats obtenus laissent entrevoir d'énormes possibilités dans la compréhension et la modélisation des aquifères karstiques.

III. EXEMPLE D'APPLICATION

Il était intéressant de prendre un exemple sur lequel avait travaillé de longue date Michel Lepiller adepte de ces méthodes qui l'avaient convaincu et qu'il voulait développer. Il s'agit du système de Bange-l'Eau-Morte dans le massif des Bauges objet d'un mémoire de DEA réalisé par Thibault Mathevet en 2002 et codirigé par Michel et moi même. L'idée de Michel était d'ailleurs d'essayer d'appliquer aux paramètres physico-chimiques les techniques utilisées pour l'hydrodynamique. Ici ne sera mentionné que ce deuxième aspect.

On trouvera une description de Bange-l'Eau-Morte dans les travaux de Michel Lepiller [30,31] et dans ceux de Thibault Mathevet [32]. Les données dont nous disposons correspondent à des débits moyens journaliers relevés de 1981 à 1998 (fig.1), ainsi que des débits au pas de 30 minutes enregistrés du 19 octobre 2001 au 9 avril 2002. Les quelques traitements présentés ici donneront un exemple d'emploi des méthodes préconisées.

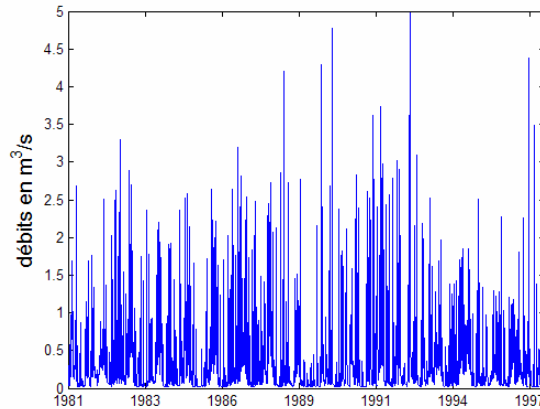


Fig. 1. Débits moyens journaliers de Bange-l'Eau-Morte

- Analyse de la complexité du système et des effets d'échelle.

Au préalable, il est indispensable d'avoir une information précise sur le degré de complexité du système étudié, sur les effets d'échelle et d'en délimiter les intervalles, et sur la validité des données mis à notre disposition. Pour répondre à ces questions, l'analyse multifractale est l'outil approprié en utilisant le formalisme de Frisch et Parisi [33]. Avant de procéder à cette analyse il convient de vérifier que les données fournies traduisent bien le fonctionnement de ce système et que l'on maîtrise la totalité des débits. Pour cela on procède à l'analyse des débits classés au pas de temps journalier [1] qui montre dans l'exemple traité l'absence de rupture dans la répartition des débits (fig.1), indiquant un système unique sans apports supplémentaires ou fuites au cours de son fonctionnement.

La répartition des crues toujours au pas de temps journaliers n'est pas homogène, elle est aléatoire et suit une loi fractale comme le montre le spectre de densité de variances en coordonnées logarithmiques puisque l'on peut aligner une droite dont la pente est de -1,2 (fig.2). On remarque pour les hautes fréquences c'est à dire pour des temps inférieurs à 3j, une pente nulle témoignage d'une forte incertitude sur les données avec un caractère non structuré et qui, de ce fait, ne pourront donc être interprétées en dessous de ces limites.

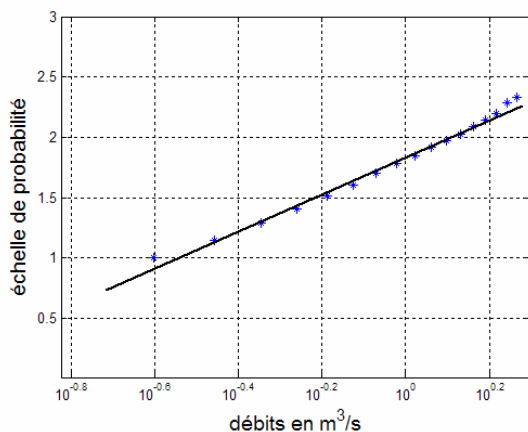


Fig. 1. Analyse des débits classés

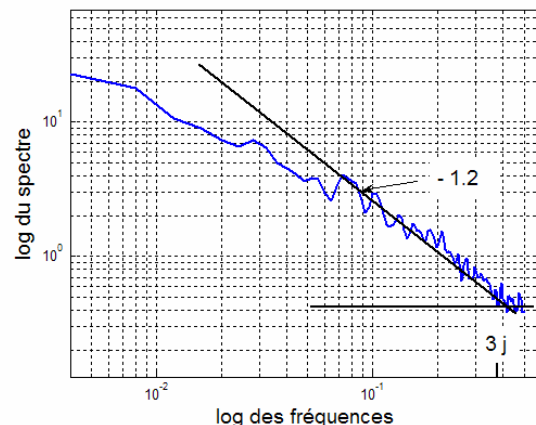


Fig.2. Spectre de densité de variances

Le résultat sur les valeurs au delà de 3j n'est pas surprenant puisque la distribution des crues correspond à la distribution des pluies elle-même aléatoire. Aussi faut-il compléter l'analyse

pour savoir si cette distribution est la même à court, moyen et long terme. Pour ce faire on généralise la procédure précédente en regardant la distribution de tous les moments (la variance correspondait au moment d'ordre deux et fournissait un renseignement global), toujours en coordonnées logarithmiques.

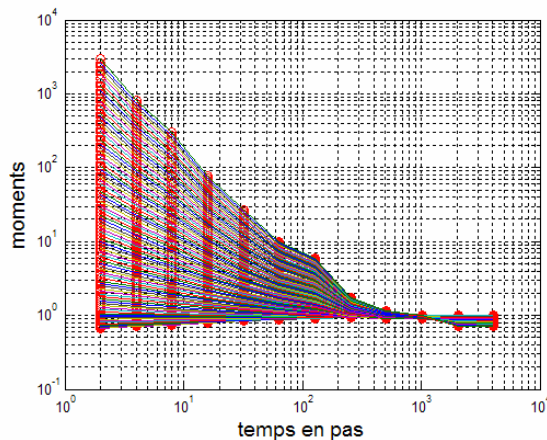


Fig. 3. Distribution des moments

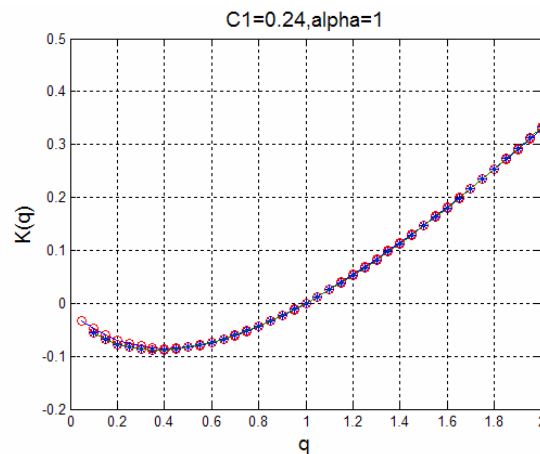


Fig. 4. Spectre multifractale

A partir des abscisses de 1 à 60, on constate que tous les moments s'alignent suivant des droites (fig.3). Dans cet intervalle d'échelle la distribution est fractale donc aléatoire et l'hétérogénéité est continue. Si cette hétérogénéité est identique sur tout cet intervalle, la distribution est monofractale et le spectre multifractale de la distribution des moments serait une droite. Ce n'est pas le cas(fig.4) puisque l'on obtient une courbe qui indique un caractère multifractale . Cela veut dire que la variation des débits ne répond pas aux mêmes mécanismes à court terme et à moyen terme. L'application d'un modèle à cet ajustement permet de calculer deux paramètres $C1$ et α qui respectivement conduisent à caractériser le degré de singularité des événements et à la hiérarchisation de ces singularités. Lorsque $C1$ tend vers zéro la distribution est monofractale c'est à dire que l'hétérogénéité est la même quelle que soit l'échelle, dans ce cas la distribution est stationnaire. Plus $C1$ croît, plus la non stationnarité est forte, les variations à court et long terme sont alors différentes. Ici, les différences restent peu marquées. Ce résultat est proche de celui de la pluie, c'est dire que ce système garde l'hétérogénéité observée au niveau de l'épisode pluvieux (il ne filtre pas l'information) et bien sûr il garde également celle qui correspond à la distribution des pluies. Le coefficient α renseigne sur la loi de variation de cette hétérogénéité par rapport au temps. Lorsque α est égale à 2 la distribution des singularités est lognormale donc variant très fortement suivant l'échelle. Ici, étant égal à 1 la non stationnarité suit une progression linéaire. L'information apportée est intéressante car elle permet de mieux cerner les causes des variations observées sur les débits.

- Nature et comportement du système.

Il convient maintenant d'essayer d'identifier ces causes. L'analyse spectrale montre que ce système karstique est très peu inertiel. En effet, le spectre de densité de variance (fig.5) avec une fenêtre d'observation de deux jours à quelques mois ($k=1$ jour, $m=125$ jours), donc englobant l'hydrogramme unitaire, décroît lentement avec une fréquence de coupure de 0,30.

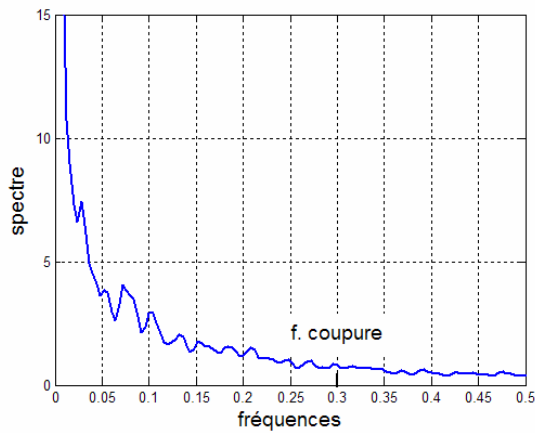


Fig. 5. Spectre de densité de variance

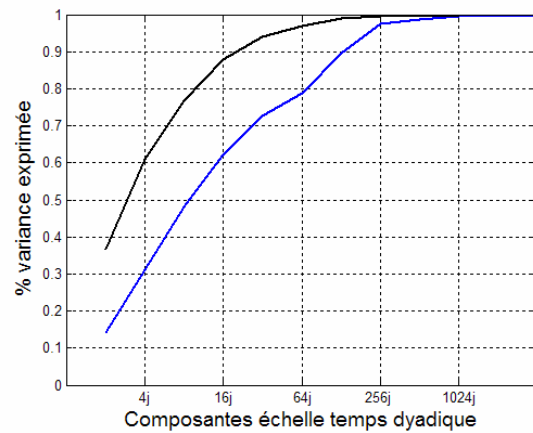


Fig. 6. Répartition de l'énergie suivant l'échelle

A cet égard le système de Bange-l'Eau-Morte se comporte de façon identique au système d'Aliou [2], il est donc très karstifié, sans réserves significatives (résultat confirmé par les volumes dynamiques calculés par T. Mathevet qui sont de l'ordre de 200 000 m³ [32], ce qui pour un karst est négligeable). Cette absence de réserves laisse supposer que le karst ici est très évolué réduit au niveau de l'écoulement aux seuls drains.

La répartition de l'énergie du signal débit en fonction de l'échelle, dont on sait quelle est bien représentée par la variance (théorème de Parseval), en comparaison avec la pluie (fig.6, la pluie en noir, le débit en bleu) indique la prédominance du court terme au détriment du long terme et un comportement voisin des apports. Ce graphique est obtenu en isolant chacune des composantes du signal à partir de l'analyse en ondelettes orthogonales (multirésolution), et en calculant la variance de chacune d'entre elles.

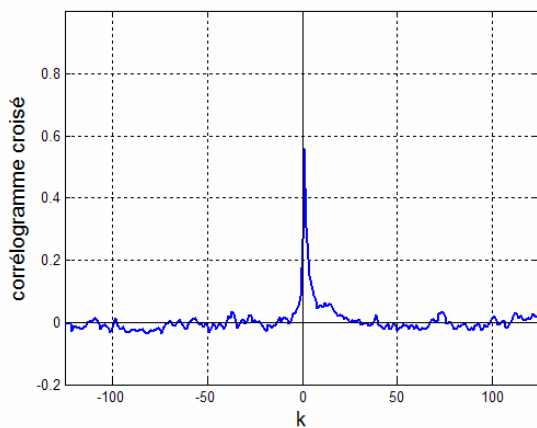


Fig. 7. Image de la réponse impulsionnelle

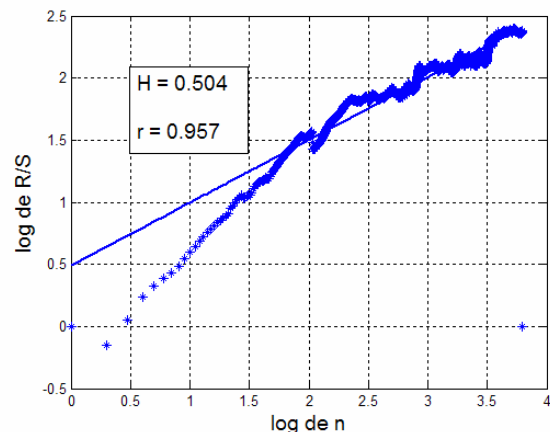


Fig. 8. Analyse R/S

L'analyse croisée pluie-débit, toujours au pas de temps journalier, fournit une bonne image de l'hydrogramme unitaire et corrobore ce résultat avec une réponse très pointue sans soutien des débits à long terme (fig. 7).

L'analyse R/S (Rescaled Range Analysis, [34,35,36]) rend compte de la stationnarité de comportement du système à long terme. A partir des débits on construit une statistique appelée R/S dont on regarde la distribution par rapport à l'échelle de temps. Si cette distribution est fractale (les points s'alignent suivant une droite en coordonnées

logarithmiques) il devient alors possible de caractériser le degré de non stationnarité à partir d'une grandeur appelée coefficient de Hurst. Si ce dernier est égal à 0,5 le processus est stationnaire à cette échelle ce qui suggère que le futur et le passé sont indépendants. S'il est égal à 1 le processus est non stationnaire passé et futur sont intimement liés. L'ajustement est bon ($r=0,957$) et le coefficient de Hurst trouvé (0,504) est très voisin de celui obtenu par la pluie, (fig. 8). On peut en déduire qu'une crue n'a pratiquement aucune incidence sur la crue suivante et n'est pas affectée par celle qui la précède.

Cette stationnarité peut être abordée à partir de l'analyse en ondelettes continues (ondelettes de Morlet). Cette analyse permet de regarder par rapport au temps (exprimé en abscisses), comment chaque composante est plus ou moins bien représentée. Si elle est marquée la couleur est rouge, si elle est absente la couleur est bleu foncé, avec bien sûr tous les dégradés. Le graphique obtenu s'appelle un scalogramme.

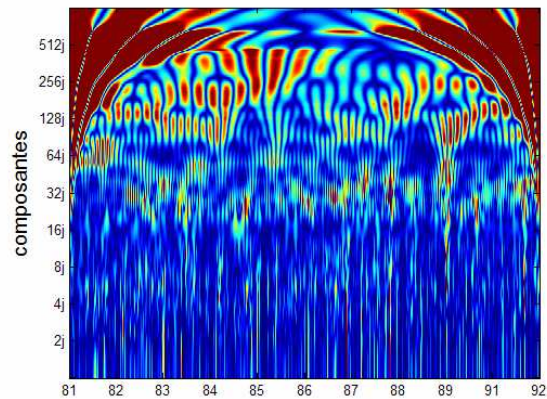
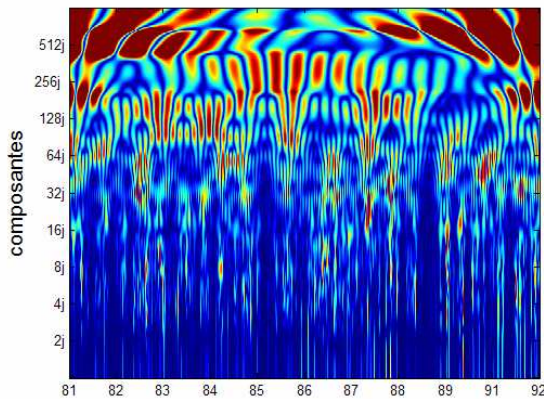


Fig. 9. Analyse en ondelettes des débits Fig. 10. Analyse en ondelettes de la pluie

Les deux scalogrammes (fig. 9 et 10) se ressemblent beaucoup. C'est une preuve une fois de plus que le système de Bange-l'Eau-Morte est très peu inertiel. On retrouve un effet saisonnier annuel mieux marqué malgré tout sur les débits avec un léger dédoublement : étiage d'automne et étiage d'hiver. Le comportement à court terme est très bruité. Il apparaît sur les débits une composante semi annuelle, dont nous allons rechercher l'origine.

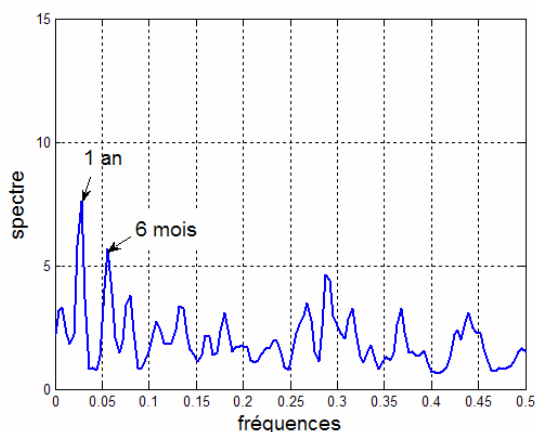


Fig. 11. Spectre sur le long terme débits

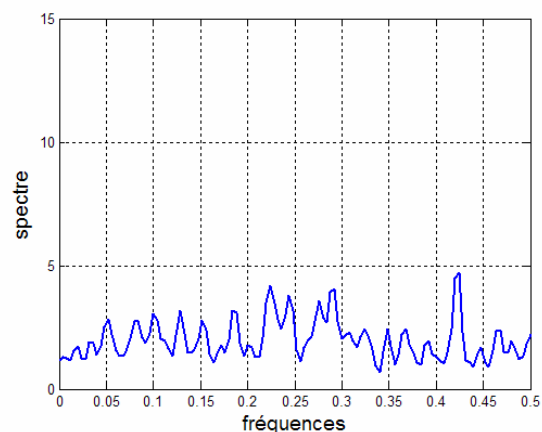


Fig. 12. Spectre sur le long terme pluie

Pour cela, on reprendra l'analyse spectrale en changeant de fenêtre d'observation ($k=10$ jours, $m=1250$ jours, fig.11 et 12).

Sur les débits, apparaissent de façon très claire un pic à 1 ans et un pic à 6 mois, alors qu'ils ne se voient pas sur la pluie, bien que le cycle annuel soit quand même présent sur cette

dernière puisque visible sur le scalogramme. Le spectre fournit une information globale et manifestement le cycle annuel est masqué par une distribution très hétérogène et bien répartie de la pluie. En revanche, bien que les réserves soient faibles, l'effet régulateur du système karstique entraîne une variation saisonnière marquée. Le pic à 6 mois jamais rencontré ne peut être imputé à la pluie et appelle des remarques. Parmi les mécanismes saisonniers qui engendrent un cycle à 6 mois, le seul qui ait pu être identifié, c'est la température. Si cette dernière intervient effectivement sur les débits, cela suppose un régime en partie nival de ce système. Une vérification peut être faite en recherchant la présence d'une fluctuation diurne des débits que seule la température peut justifier.

- Vérification du régime nival.

Pour répondre à cette question il est nécessaire de changer d'échelle et de travailler sur des données au pas de 30 minutes sur une période hivernale. A court terme, on a vu avec le spectre en coordonnées logarithmiques que le comportement du système est plus complexe et doit donc être interprété avec précautions. Aussi on ne retiendra que la recherche du lien avec la température de l'air. La démarche a consisté à regarder si la signature de la température était présente et notamment la variation journalière. Pour cela il a fallu enlever la tendance, puis débruiter le signal, ce qui a été fait à partir de filtres moyennes mobiles équipondérées [37]. Le résidu a ensuite été traité en analyse spectrale. Le résultat (fig. 13) montre effectivement une composante diurne bien marquée.

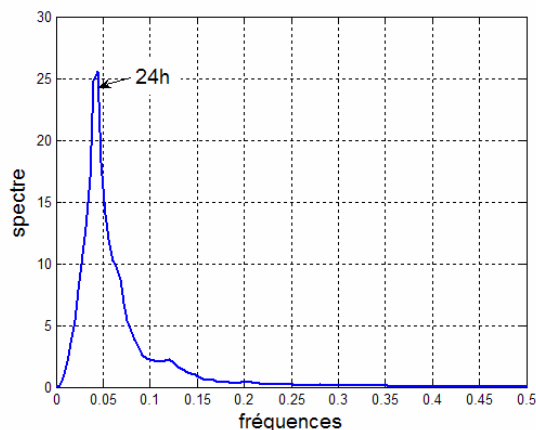


Fig. 13. Spectre de données de débit filtrées

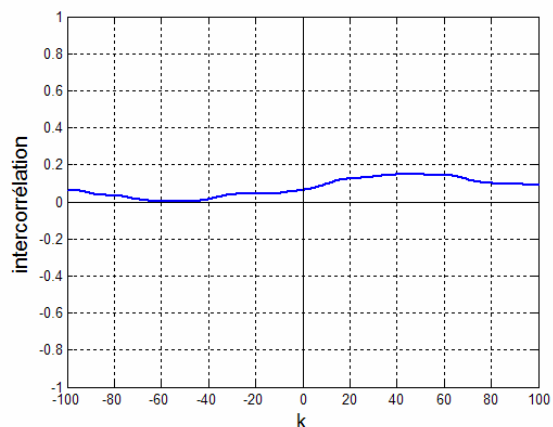


Fig. 14. Relation température-débit

Le corrélogramme croisé température- débit (fig. 14) confirme la liaison entre ces deux grandeurs et montre en outre qu'elle est très atténuée avec un déphasage de l'ordre de 24 heures.

- Information sur le comportement non linéaire de ce système

L'analyse de la fonction de cohérence pluie-débit dans l'intervalle de la réponse impulsionnelle est élevée de l'ordre de 0,76 (réalisée à partir de l'analyse spectrale croisée), indiquant qu'aux fortes pluies correspondent de fortes crues, caractéristique d'un système drainé de façon efficace. Ce résultat montre que la modélisation de la relation pluie-débits pourra se faire dans de bonnes conditions.

En revanche pour modéliser le système à partir de modèles spatiaux, la connaissance de son attracteur serait un atout [38]. Comme sa physique est difficile à appréhender à priori il est fait appel à la méthode de F. Takens [39] qui permet d'avoir accès aux propriétés de l'attracteur à partir des chroniques de débits. La procédure utilisée est la méthode de Grassberger et Procaccia [40], en utilisant le logiciel mis au point par T. Fowler et D. Roach [41,42] et appliqué à l'hydrologie par C Parédès [43]. Grâce à ces méthodes il est possible de connaître le degré de non linéarité du système,

le nombre de variables d'état nécessaires pour en assurer une bonne modélisation, l'information apportée par chaque variable d'état (entropie de Komolgorov-Sinaï) et la prédictibilité raisonnable que l'on peut en attendre (coefficient de Lyapounov). Toute cette information est contenue dans l'attracteur. Son calcul passe par l'établissement des intégrales de corrélation qui rendent compte de la façon dont est distribuée l'information par rapport à l'échelle.

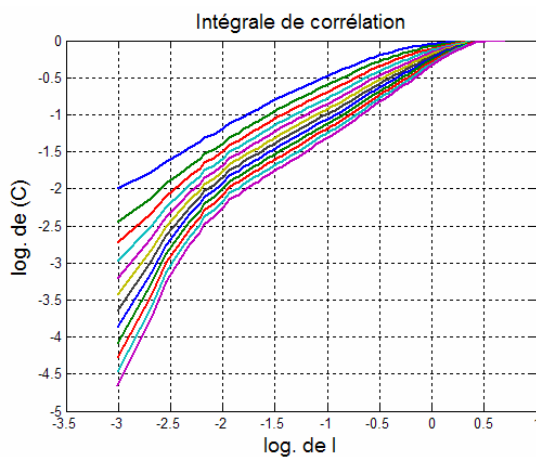


Fig. 15

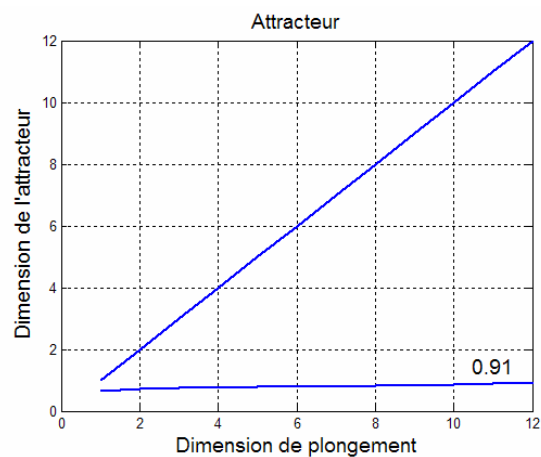


Fig. 16

Les intégrales de corrélation en coordonnées logarithmiques doivent suivre des droites dont les pentes permettent de calculer l'attracteur. La distance entre chaque droite définit l'entropie de Komolgorov-Sinaï. On constate (fig. 15) que l'on peut diviser le graphique en deux ensembles par rapport à l'échelle de l'amplitude des mesures (correspondant aux abscisses). Pour les amplitudes inférieures à 10 l/s (log. inférieur à -2) on obtient un attracteur qui croît indéfiniment ; cela signifie que les faibles variations sont très aléatoires et difficilement interprétables. Au delà le calcul de l'attracteur est alors possible (fig. 16), indiquant qu'il est fractale avec comme dimension 0,91 et que le degré de liberté de ce système est faible (2 à 3 variables d'état seulement). On en conclut que peu de variables sont nécessaires pour modéliser ce système, que son comportement est non linéaire avec une forte sensibilité aux conditions initiales influant sur sa prédictibilité. Il serait bon pour cela d'avoir une idée du coefficient de Lyapounov. Lorsque ce dernier est négatif le système est prédictible. Pour des valeurs positives, il ne l'est plus et d'autant moins que ces valeurs sont élevées.

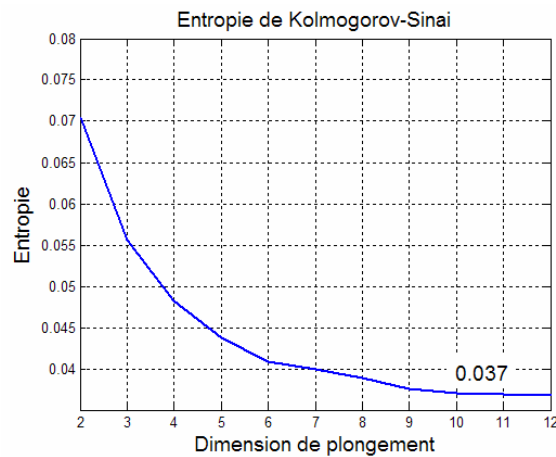


Fig. 17

Il est possible d'avoir une évaluation du coefficient de Lyapounov. Ce dernier est obtenu en calculant l'entropie de Komolgorov-Sinaï déduit de l'intégrale de corrélation (fig.17). En effet, avec la dimension de plongement cette entropie tend vers le coefficient de Lyapounov [43]. La valeur obtenue 0,037 est positive mais pas trop élevée de l'ordre de celle de la pluie. Par rapport à l'aléa lié à la distribution de la pluie, le système n'apporte pas de complexité supplémentaire.

- Enseignements apportés

Le suivi des débits dans le temps, analysé conjointement avec les apports, rend compte très exactement du fonctionnement de ce système karstique et de ses propriétés. Les méthodes utilisées pour extraire l'information de ces données sont à l'heure actuelle extrêmement performantes et les quelques applications fournies ici en donnent un bon exemple.

Le système karstique de Bange-l'Eau-Morte constitue une unité bien identifiée. Il correspond à un karst très développé et ayant subi une évolution prolongée, de telle sorte qu'il est réduit actuellement, au niveau fonctionnel, aux seuls drains. Les réserves sont négligeables, les réponses à la pluie instantanées et brutales sans influence à long terme (comportement de type Aliou). Toutefois à la différence d'Aliou il ne présente pas de caractère d'imprévisibilité qui pourrait déterminer des crues catastrophiques. La modélisation des débits à partir de la pluie doit pouvoir fournir de bons résultats. En hiver l'influence de la neige est incontestable et, compte tenu du déphasage observé de 24h qui ne peut être interprété que comme le temps de transfert dans la zone non saturée, il semblerait que la zone d'infiltration soit importante et pas forcément bien karstifiée ce qui assure une certaine protection.

La modélisation spatiale d'un tel karst serait illusoire et une exploitation par forages une erreur. Ces résultats couplés avec la connaissance de l'anisotropie de la perméabilité obtenue à partir de la détermination des plans de drainage donne une image assez complète de l'organisation de ce karst, d'ailleurs en parfait accord avec les données spéléologiques qui nous ont été fournies. Le traitement des informations géochimiques en utilisant ces bases conduit à une vision d'ensemble de ce système et de son fonctionnement extrêmement précise.

IV. CONCLUSIONS

Cette application illustre combien l'approche systémique est particulièrement bien adaptée à l'étude de ces systèmes physiques complexes à comportement fortement non linéaire et non invariant. Ce fait est en grande partie dû aux nombreuses méthodes qui ont vu le jour ces dernières décennies en physique et qui sont parfaitement adaptables aux systèmes hydrauliques que constituent les aquifères karstiques. Il apparaît que sous cette dénomination d'aquifère karstique correspond toute une famille de systèmes aux comportements fort différents. Aussi, avant toute chose il convient d'identifier à quel type de comportement on a affaire, car en fonction des résultats obtenus, la stratégie que l'on va adopter sera totalement différente. Il faut savoir d'abord si l'on maîtrise bien la totalité de l'information débit, si les données en notre possession sont fiables. Ensuite, il faut savoir où en est le système de son évolution : peu karstifié, moyennement karstifié, ou encore réduit aux seuls drains sans réserve. Dans ce cas il est inutile de chercher à l'exploiter par forages ; en revanche il offre des possibilités d'exploitation par barrages souterrains.

Si l'on veut réaliser une modélisation, le problème ne sera pas le même pour une modélisation temporelle (relation pluie-débit) ou une modélisation spatiale (modèle maillé par exemple) et dans ce cas il est nécessaire de bien maîtriser le problème d'échelle afin de focaliser le modèle à la question à résoudre. C'est également dans ce cas que les problèmes de non linéarité, de prédictibilité prennent toute leur importance. L'exemple traité montre clairement que l'on sait répondre à toutes ces questions et que l'on a la possibilité d'ajuster la façon d'agir à la réalité de terrain.

Même si l'étude des aquifères karstiques reste un domaine difficile et délicat, le karst a cessé d'apparaître comme une curiosité inaccessible à nos moyens d'action. Il s'ouvre désormais tout un champ d'investigations dont l'issue réside dans l'exploitation d'un potentiel énorme qui doit pouvoir répondre aux enjeux et aux besoins du 21^{ème} siècle.

Références bibliographiques

- (1) **Mangin A.**, 1975 – Contribution à l'étude hydrodynamique des aquifères karstiques. Thèse Doctorat d'Etat, Univ. de Dijon. Publiée dans Ann. Spéléol., 1974, 29, 3, p. 283-332 ; 1974, 29, 4, p. 495-601 ; 1975, 30, 1, p. 21-124.
- (2) **Mangin A.**, 1994 – Karst hydrogeology. Groundwater Ecology, p. 43-67.
- (3) **Alligood K. T., T. D. Sauer and J. A. Yorke**, 1996 – Chaos. An introduction to dynamical systems. Springer New-York, 603 p.
- (4) **Manneville P.**, 1990 – Structures dissipatives. Chaos et turbulence, 419 pp.
- (5) **Farmer J. D. et J. J. Sidorowich**, 1987 – Predicting chaotic time series. Phys. Rev. Lett. 59 pp.
- (6) **Box G. E. P. and G. M. Jenkins**, 1976 - Time series analysis, forecasting and control. Revised Edition Holden Day, San Francisco, 575 p.
- (7) **Jenkins G. M. and O. G. Watts**, 1968 – Spectral analysis and its applications. Edition Holden Day, San Francisco, 525 p.
- (8) **Mangin A.**, 1981 – Apports des analyses corrélatoire et spectrale croisées dans la connaissance des systèmes hydrologiques. C.R.A.S. Paris, série II, 293, p. 1011-1014.
- (9) **Mangin A.**, 1981 – Utilisation des analyses corrélatoire et spectrale dans l'approche des systèmes hydrologiques. C.R.A.S. Paris, Série II, 293, p. 401-404.

- (10) **Mangin A.**, 1984 – Pour une meilleure connaissance des systèmes hydrologiques à partir des analyses corrélatoires et spectrales. *Journ. of Hydrol.*, 67, p. 25-43.
- (11) **Abry P.**, 1997 – Ondelettes et turbulences ; Multirésolution : algorithmes de décomposition, invariance d'échelle et signaux de pression, Diderot Editeur, Arts et Sciences, 290 pages.
- (12) **Arneodo A., F. Argoul, E. Bacry, J. Elezgary et J. F. Muzy**, 1995 – Ondelettes, multifractales et turbulence de l'ADN aux croissances cristallines, Diderot Editeur, Arts et Sciences, 160 pages.
- (13) **Burke Hubbard B.**, 1995 – Les ondes et les ondelettes : la saga d'un outil mathématique. Pour la Sciences, 235 pages.
- (14) **Daubechies I.**, 1992 – Tenlectures on Wavelets, CSBM-NSF Series Appl. Math., 61, Siem Pub., 357 p.
- (15) **Mallat S.**, 1999 – A wavelet tour of signal processing (Second edition). Academic Press, Sand Diego, 637 p.
- (16) **Labat D., Ababou R. and A. Mangin**, 2000 – Rainfall-Runoff Relations for Karstic Springs: Part 1 : Convolution and Spectral Analyses. *J. of Hydrology*, 238, p. 123-148.
- (17) **Labat D., Ababou R. and A. Mangin**, 2000 – Rainfall-Runoff Relations for Karstic Springs: Part 2 : Continuous Wavelet and Discrete Orthogonal Multiresolution Analyses. *J. of Hydrology*, 238, p. 149-178.
- (18) **Labat D., Ababou R. and A. Mangin**, 2001 – Introduction of wavelet analyses to rainfall/runoffs relationship for karstic basin: the case of Licq-Atherey karstic system (France). *Ground Water*, 39, 4, p. 605-614.
- (19) **Labat D., Mangin A. et R. Ababou**, 2002 – Rainfall-runoff relations for karstic springs : Multifractal analysis. *J. of Hydrology*, 256, p. 176-195.
- (20) **Labat D., R. Ababou et A. Mangin**, 2002 – Analyse multirésolution croisée de pluies et débits de sources karstiques. *Compte Rendus Géosciences*, 334, p. 551-556.
- (21) **Labat D., R. Ababou et A. Mangin**, 1999 – Analyse en ondelettes en hydrologie karstique. 1^{ère} partie : analyse variée de pluies et débits de sources karstiques. *C. R. Acad. Sci. Paris*, 329, p. 873-879.
- (22) **Labat D., R. Ababou et A. Mangin**, 1999 – Analyse en ondelettes en hydrologie karstique 2^e partie : analyse en ondelettes et croisées pluie – débit. *C. R. Acad. Sci. Paris*, 329, p. 873-879.
- (23) **Yevjevich V.**, 1972 – Stochastic processes in hydrology. Water Resources Publications Fort Collins, Colorado, 276 p.
- (24) **Abarbanel H. D. I.**, 1995 – Analysis of observed chaotic data. Springer, 272 p.
- (25) **Dahan Dalmedico A., J. L.Chabert et K. Chemla**, 1992 – Chaos et déterminisme. Ed. Seuil, 414 p.
- (26) **Eckmann, J. P. et D. Ruelle**, 1985 – Ergodic theory of chaos and strange attractors. *Rev. Mod. Phys.*, 57, p. 617.
- (27) **Lorenz E. N.**, 1963 – Determinic Nonperiodic Flow, *Journal of the Atmospheric Sciences*, volume n° 20, p. 130-141.
- (28) **Malraison B., P. Atten, P. Bergé, M. Dubois**, 1983 – Dimension d'attracteurs étranges : une détermination expérimentale en régime chaotique de deux systèmes convectifs. *C. R. Acad. Sc. Paris*, 297, p. 209.
- (29) **Solé R. V. et S. C. Manrubia**, 1996 – Orden y caos en sistemas complejos. UPC ed. Barcelona, 594 p.
- (30) **Lepiller M.**, 1980 –Contribution de l'hydrochimie à la connaissance du comportement hydrogéologique des massifs calcaires. Etude de quelques systèmes karstiques du massif du Semnoz et de la région d'Annecy (Savoie, Haute-Savoie, France), Thèse, Univ. Grenoble, 448p.

- (31) **Lepiller M.**, 1976-Résultats et interprétation de cinq opérations de traçage effectuées sur les systèmes karstiques du Semmoz et de la montagne de Bange-Bois de Prépoulain (Massif subalpin des Bauges, Savoie et Haute Savoie, France). 2^e Colloq. Hydrol. en Pays Calcaires, Besançon, pp 251-252
- (32) **Mathevet T.**, 2002 –Analyse du fonctionnement du système karstique de Bange-l'Eau-Morte (Bauges,Savoie&Haute-Svoie,France) , DEA Université Pierre et Marie Curie, 52p.
- (33) **Frisch U. and G. Parisi**, 1985- On the singularity structure of fully developed turbulence. In Turbulence and Predictability in Geophysical Fluid Dynamics and Climate Dynamics, édité par M. Ghil, R. Benzi & G. Parisi, Noerth-Holland, New York, pp. 84-88.
- (34) **Hardy H. H. and R. A. Beier**, 1994 – Fractals in reservoir engineering. Ed. Word Scientific, 359 p.
- (35) **Feder J.**, 1988-Fractals. New York: Plenum Press.
- (36) **Mandelbrot B.**, 1997-Fractales, hasard et finances. Champs, Flammarion, 246p.
- (37) **Barbut M. et C. Fourgeaud**, 1971 – Eléments d'analyse mathématique des chroniques. Collection Hachette Université, 208 p.
- (38) **Bergé P. et Y. Pomeau**, 1988 – Le chaos théorie et expériences. Ed. Eyrolles, Paris,389p
- (39) **Takens F.**, 1981 – Detecting strange attractors in turbulence. Lect. Notes in Mathematical, 898 (Springer), 366 p.
- (40) **Grassberger P. and I. Procaccia**, 1983 – Measuring the strangeness of strange attractors. Physica, 9 D, North Holland Publishing Company, pp. 353-371.
- (41) **Fowler A. D. et D. E. Roach**, 1993 – Dimensionality Analysis of Time Series Data – Non linear Methods, Computers and Geosciences, Volume 79, n° 1, pp. 41-52.
- (42) **Fowler T. and D. Roach**, 1991 – Dimensionality analysis of objects and series data. In « Nonlinear Dynamics, Chaos and Fractals ». Geological Association of Canada, p. 59-81.
- (43) **Paredes C.**, 1995 – Aplicacion de la geometria fractal en las Ciencias de la Tierra. Tesis Doctoral, Universidad Politecnica de Madrid, 285 pages.
- (44) **Shuster H.**, 1988 – Deterministic Chaos. Ed. Verlagsgesellschaft, Weinheim, 270 pp.